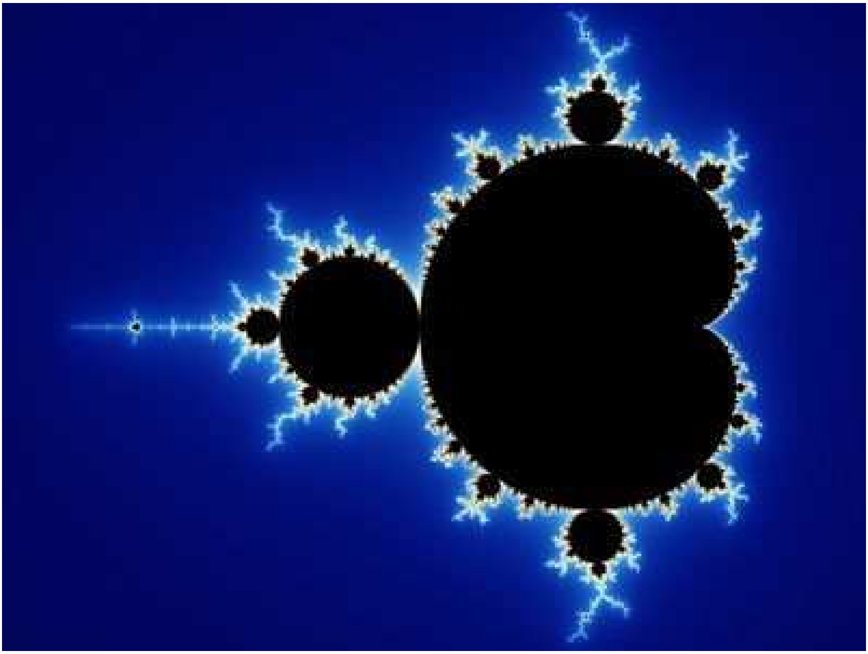
[MACIERZATOR28]

Gazetka redagowana przez Koło Naukowe Matematyków Uniwersytetu Śląskiego



Witamy w lutowym numerze [MACIERZATORA]!

Oto wielkimi krokami zbliża się czwarte już Święto Pi. Z tej okazji zachęcamy do przypomnienia sobie, komu (między innymi) zawdzięczamy wszystkie obrazki, którymi niedługo obwieszony zostanie cały Wydział. Udanego rozpoczęcia semestru letniego

życzy redakcja

[O pewnej maszynie]

Wyobraźmy sobie... lokomotywę. Tak, wyobraźmy sobie jadący parowóz. Wielkiego żelazno-stalowego potwora poruszającego się dostojnie w obłokach dymu i pary po torach wśród zielonych wzgórz. Monumentalny widok, prawda? Niewątpliwie, lokomotywy parowe były szczytowym osiągnięciem inżynieryjnym końca XIX wieku. Widok takiego parowozu prawdopodobnie przyspieszał bicie serca u większości ludzi[1].

No właśnie, czy w szeroko pojętej matematyce są (lub były) takie majestatyczne maszyny? Z pewnością większość z nas pomyśli teraz o komputerze. Cóż, komputer jest niewątpliwie niezwykle wyrafinowanym technicznie urządzeniem. Jednak widok skromnego, małego pudełka pod biurkiem zazwyczaj nie wywołuje w ludziach zbyt wielu emocji (czasami wywołuje agresję – 'ZNOWU NIE DZIAŁA!' - ale to zupełnie inna sprawa).

Skojarzenie z komputerem było jednak bardzo trafne. Jak wiadomo, dawniejsze komputery były dużo większe od obecnych. Jednak nie będzie to artykuł o informatyce lat 40 XX wieku. Artykuł ten będzie o czymś, co powstało dużo wcześniej.

Przenieśmy się do początku XIX stulecia. Zanim przejdziemy do opisu maszyny, musimy zdać sobie sprawę z jednej rzeczy. Przed erą komputerów policzenie np. wartości funkcji sinus lub logarytm w dowolnym punkcie, czy też wykonanie jakichś bardziej skomplikowanych obliczeń było dość kłopotliwe. Tworzono oczywiście tablice matematyczne – książki w których były podane wartości m.in. wyżej wymienionych funkcji [2]. Tablice te były tworzone przez sztaby ludzi (czasem nawet setki). Oczywiście... takie tablice zawierały całe masy błędów.

Charles Babbage (1791 - 1871) – brytyjski matematyk – postanowił rozwiązać ten problem. Zaprojektował kilka maszyn, które potrafiłyby wykonywać takie obliczenia, a następnie wydrukować wyliczone wartości w formie tablic. Pierwsza maszyna, tzw. maszyna różnicowa (jej początki sięgają roku 1822) potrafiła obliczać wartości wielomianów 7 stopnia. To w zupełności wystarczyło, ponieważ, jak wiadomo, funkcje typu sinus, logarytm i inne klasy C^7 można z powodzeniem przybliżać takimi wielomianami. Maszyna różnicowa obliczała wartości tych wielomianów używając tylko dodawania.

[1] W tym miejscu warto wspomnieć, że najcięższa lokomotywa parowa waży ok. 550 ton i jest długa na ok. 40 m (jest to lokomotywa Union Pacific Big Boy), natomiast najszybszym parowozem jest LNER Mallard A4, który w roku 1938 pojechał z szybkością 202 km/h.

[2] obecnie termin tablice matematyczne odnosi się chyba bardziej do książki, w której jest całe mnóstwo wzorów i innych zależności

Zasada działania maszyny różnicowej jest bardzo prosta. Rozważmy przykładowo wielomian $f(x) = x^2 - x + 2$ i policzmy jego wartości w punktach $0, 1, 2, 3, \ldots$ oraz wartości „różnic": $d_1(x) = f(x+1) - f(x)$, $d_2(x) = d_1(x+1) - d_1(x)$:

x	$f(x)$	$d_1(x)$	$d_2(x)$
0	2	0	2
1	2	2	2
2	4	4	2
3	8	6	2
4	14	7	2
5	22	10	2
6	32	12	2
7	44	14	2

Zauważmy, że wartości w ostatniej kolumnie są stałe (jest to ogólna prawidłowość; jeżeli rozważalibyśmy wielomiany n-tego stopnia, to wartość różnicy d_n byłaby stała). Zauważmy, że mając dany tylko pierwszy wiersz powyższej tablicy możemy wyliczyć wartość naszego wielomianu dla dowolnej liczby naturalnej (oczywiście jeśli chcemy policzyć wartość wielomianu dla liczby k, musimy policzyć wartości w punktach $1, 2, 3, \ldots, k-1$. To, naturalnie, jest pewien problem, ale nie wtedy, kiedy chcemy tworzyć tablice matematyczne, bo wtedy i tak musimy wyliczyć te wszystkie wartości).

Oczywiście, powyższe rozumowanie można przenieść na punkty postaci $x_0, x_0 + h, x_0 + 2h, \ldots$.

Jak wyglądała maszyna różnicowa i jak się ją obsługiwało? Pierwszym elementem rzucającym się w oczy było 8 rolek składających się z 32 krążków każda. Na każdym z 31 krążków były zapisane cyfry, a na 32 znak $'+'$ lub $'-'$.Każda rolka służyła do przechowywania liczby, natomiast cały zestaw przechowywał wartości $f(x), d_1(x), d_2(x), \ldots, d_7(x)$. Przed rozpoczęciem obliczeń, operator maszyny wprowadzał do niej wartości początkowe tych zmiennych (można je stosunkowo łatwo wyliczyć ręcznie) odpowiednio obracając krążki. Następnie operator kręcąc korbą wprawiał maszynę w ruch Maszyna obliczała następny „wiersz" tabeli z przykładu powyżej jednocześnie drukując wartość aktualnego x oraz wyliczoną wartość funkcji.

Babbage nigdy nie zbudował swojej maszyny różnicowej w pełni – udało mu się jedynie zbudować bardzo uproszczoną (ale wciąż działającą) wersję. Projekt ten na realizację musiał czekać ponad 150 lat. W roku 1990 zespół naukowców z Londyńskiego Muzeum Nauki zbudował w pełni sprawną maszynę różnicową według oryginalnego projektu Babbage'a. Zespół używał technologii dostępnych za życia wynalazcy. Maszyna waży 5 ton, składa się z około 8000 części i ma długość ponad 3 metrów.

Charles Babbage był osobą dość ekscentryczną. Gdy zaczynał budować zaprojektowane przez siebie urządzenia zauważał, że można je bardzo ulepszyć i projektował je od nowa (jednocześnie porzucając budowę poprzedniej wersji). Takie działanie bardzo szybko wpędziło go w spore kłopoty finansowe.

Czy Babbage ulepszył swoją maszynę różnicową? Oczywiście, że tak! Zaprojektował maszynę analityczną! Było to urządzenie zdolne przechowywać 1000 liczb z dokładnością do 50 cyfr (maszyna składała się z 1000 rolek, każda po 51 krążków!) i wykonywać na nich dowolne operacje arytmetyczne. Urządzenie potrafiło też odczytywać liczby i polecenia zapisane na kartach perforowanych. Maszynę analityczną można było programować. Był to pierwszy komputer (całkowicie mechaniczny).

Babbage zaprojektował również język programowania tej maszyny. Język ten jest bardzo podobny to współczesnego assemblera – komenda np. zawierała informację, jakie działanie należy wykonać oraz numery rolek, na których to działanie ma być wykonane.

Został również udoskonalony napęd samej maszyny – korbka została zastąpiona silnikiem parowym.

Maszyna analityczna i dzisiejsze komputery mają wiele wspólnego. Przykładowo na rolki maszyny analitycznej możemy patrzeć jak na pamięć RAM, tzw. młyn (fragment odpowiedzialny za wykonywanie operacji) jest czymś zbliżonym do procesora, itd.

Maszyna analityczna w oryginalnej formie nigdy nie została zbudowana i prawdopodobnie nigdy nie będzie. Po prostu jest zbyt skomplikowana. Jednak nie można pomijać jej wpływu na rozwój informatyki.

W późniejszych latach również powstawały podobne aparaty mechaniczne lub elektroniczno-mechaniczne, jednak nie były one już tak przełomowe.

vil

[πografie - Benoit Mandelbrot]

1924-

Wśród wielu działów matematyki szkolnej jest kilka zasługujących na specjalną wzmiankę. Kombinatoryka, czyli 'A skąd my mamy wiedzieć, kiedy jest kombinacja, a kiedy wariacja'. Trygonometria, czyli 'Przecież tej tożsamości nie da się dowieść'. No i stereometria, czyli 'Ja tego w ogóle nie widzę'. Tak, tak. Jest smutną prawdą, że wyobraźnia znakomitej większości z nas nierzadko wykłada się już w trzech wymiarach, a wiedza, czym dokładnie jest 'kąt pomiędzy ścianą i podstawą Straszliwej Bryły X', jest już doprawdy elitarna.

Są jednak ludzie, którzy są w stanie sobie te rzeczy wyobrazić. Którzy na płaskim rysunku i tak 'widzą', która ściana stoi 'prosto', a która niekoniecznie. Czy to owoc długiej praktyki i mozolnego robienia kolejnych zadań stereometrycznych, czy raczej dowód sporej intuicji i pewnej dozy talentu - rzec trudno. Jednak do intuicyjnego widzenia geometrii więcej-niż-trójwymiarowej już trzeba być naprawdę osobą nieprzeciętną. Znam studenta, który twierdzi, że widzi czwarty wymiar i jego 'nieprzeciętność' nie budzi żadnych wątpliwości. I chciałbym Wam opowiedzieć o osobie, która - podobno - 'widzi' geometrię aż do siedmiu wymiarów włącznie. Co ciekawe, osoba ta urodziła się w Warszawie. Mówię oczywiście o Benoit Mandelbrocie.


Benoit Mandelbrot

Do matematyki wprowadzili Benoit jego dwaj wujkowie. Po tym, jak jego rodzina przeprowadziła się do Francji w 1936 roku, edukację młodego Mandelbrota przejął Szolem Mandelbrot, spory miłośnik Hardy'ego i jego spojrzenia na matematykę - a Hardy uprawiał matematykę 'czystą' i nienawidził zastosowań matematyki. Efekt, zważywszy na 'polskie korzenie' Benoit, łatwo przewidzieć - młody Mandelbrot na dzień dobry został uprzedzony do czystej matematyki na całe życie (do dziś pracuje w branży zastosowań, o czym za chwilę).

Wybuch wojny spowodował, że wyższa edukacja Mandelbrota była w dużej mierze samodzielna. Pozwoliło mu to zachować i rozwinąć bardzo geometryczne spojrzenie na zagadnienia matematyczne - nie został zamknięty w schematach myślenia ze szkół. W końcu Mandelbrot rozpoczął studia na Ecole Normale w Paryżu - i zakończył je po jednym dniu, co jest chyba jakimś rekordem tamtejszej uczelni. Podjął kolejne studia na Ecole Polytechnique, gdzie uczył się pod kierunkiem Paula Levy'ego.

W 1958 roku Mandelbrot rozpoczął pracę w IBM i - mając dostęp do oszałamiającej mocy obliczeniowej komputerów tamtych czasów - mógł zająć się wieloma różnymi problemami, nie tylko matematycznymi. Istotnie, w latach młodości Benoit zadecydował, że będzie pracował w wielu różnych gałęziach nauki, nie ograniczając się tylko do jednej. Po wędrówce poprzez przeróżne działy i zagadnienia, w 1970 roku Mandelbrot natrafił na pracę Gastona Julii i Pierre'a Fatou, którą pierwszy raz dwadzieścia pięć lat wcześniej demonstrował mu jego wujek - Szolem. Wtedy jednak praca ta nie spodobała się Benoitowi (wpływ na to mogło mieć jego przekonanie, że on i wuj mieli zupełnie różne spojrzenia na matematykę). Teraz jednak, przy pomocy komputerowej grafiki, Mandelbrot mógł rozrysować zbiór, którego konstrukcję podawał w tej pracy Julia - i oszołomiło go piękno tego, co otrzymał.

Stąd był już tylko krok do uruchomienia nowej gałęzi nauki - fraktalnej geometrii. Jak zauważył Mandelbrot, świat nie składa się z trójkątów i kwadratów, chmury, linie brzegowe, rzeki nie są 'proste' i 'gładkie'. Wszystko wokół nas jest mniej lub bardziej 'chropowate' i dopiero geometria fraktalna jest w stanie rzeczywiście opisać tę 'chropowatość'. Jak mówił Benoit - *Napisałem wiele prac, otrzymałem wiele nagród, ale wciąż nie wiedziałem, czym się zajmowałem. Aż do chwili, gdy uświadomiłem sobie fakt, że wspólnym mianownikiem moich dociekań jest chropowatość.*

Tak powstały fraktale, najpopularniejszy towar eksportowy matematyki. Twory, które do dziś potrafią wymknąć się ścisłym definicjom, za nic sobie mając wymiary topologiczne, wymiary Hausdorffa i ludzką intuicję. Nawet Mandelbrot nie podjął się ścisłego zdefiniowania, co rozumie przez fraktal - choć skoro twierdził, że 'Wszystko jest fraktalem', to można to rozumieć na różne sposoby.

Wiele ze zbiorów, które Mandelbrot zakwalifikował do rodziny 'fraktali', było znanych już wcześniej - zbiór Cantora, trójkąt Sierpińskiego, czy krzywa Kocha. Jednak podczas gdy dotąd były one raczej niemożliwymi do zastosowania, matematycznymi potworami o których nic nie było wiadomo, prace Mandelbrota pozwoliły dostrzec drzemiący w nich potencjał. Mandelbrot nie dostrzegł w zbiorach Julii i swoim własnym żuku - zbiorze Mandelbrota - jedynie niezwykłego piękna. On widział ich podobieństwo do przyrody, pojawiające się w nich ewidentne gałęzie, krzaki, płomienie i wodospady. On widział ich zastosowania - podobieństwa kształtów do wykresów spotykanych w ekonomii czy geologii. Zastosował je zresztą do rozwiązania tak zwanego paradoksu Olbersa. Paradoks ten mówi - skoro we Wszechświecie jest bardzo dużo - możemy wręcz przyjąć - nieskończenie wiele gwiazd, to patrząc w dowolnym kierunku z Ziemi nasz wzrok na pewno prędzej czy później natrafi na gwiazdę, która - oczywiście - świeci (intuicyjnie chodzi tu o ten sam efekt, który ma miejsce, gdy patrzymy z daleka na las - gdziekolwiek nie spojrzymy, 'drzewa nam go zasłaniają'). Skoro tak, to dlaczego nocne niebo jest czarne? Mandelbrot, za pracą Carla Charliera z 1908 roku, zaproponował, że gwiazdy mogą być rozmieszczone fraktalnie (podobnie do pyłu Cantora, czyli trójwymiarowego odpowiednika zbioru Cantora) - wówczas z pewnych fizycznych powodów, w które nie będziemy się wgłębiać, paradoks ten zostaje rozwiązany, niebo jest czarne, a my możemy wrócić do podziwiania piękna fraktali. Zaletą tego rozwiązania (oczywiście, jest ono tylko jednym z wielu) jest brak założenia o Wielkim Wybuchu - to rozumowanie pozostaje prawidłowe niezależnie od tego, czy Wielki Wybuch miał miejsce, czy nie.

Zgodnie z zadaniem, które postawił sobie za młodu, Benoit Mandelbrot odcisnął swe piętno na wielu różnych gałęziach nauki - i został w nich dostrzeżony. Jest laureatem wielu nagród z fizyki, geofizyki, matematyki, ma nawet asteroidę nazwaną swoim nazwiskiem. Po odejściu na emeryturę z IBM podjął pracę na Uniwersytecie w Yale. Dziś pracuje w Pacific Northwest National Laboratory w Cambridge.

Aktualnie przeżywamy prawdziwy 'boom' (zbieżność tego sformułowania z Wielkim Wybuchem sprzed dwóch akapitów jest przypadkowa) na fraktale - są one wszędzie, ich teoria kwitnie, a już za miesiąc, na obchody Święta Pi, ponownie ich fragmenty zostaną wywieszone na ścianach Wydziału. Dobrze jest więc przypomnieć sobie o matematyku, który powołał je do życia - o Benoit Mandelbrocie, któremu zawdzięczamy znakomitą większość dekoracji oraz przynajmniej jedne warsztaty na zbliżającym się Święcie. Dziękujemy!

Niewinny Rosomak

[Co nas czeka, czyli z życia matematyków]

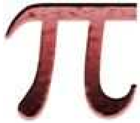
Einstein objeżdżał uniwersytety amerykańskie, gdzie miał wykłady o swej teorii względności. Podróżował w limuzynie z kierowcą. Pewnego dnia, w czasie jazdy kierowca rzekł do uczonego:

- Panie doktorze, ja już słyszałem pana wykład ze trzydzieści razy. Znam go na pamięć i słowo daję, sam bym mógł go wygłosić.

- Świetnie! Można spróbować. Tam, dokąd teraz jedziemy, nikt mnie osobiście nie zna. Ja włożę pana czapkę, pan przedstawi się za mnie i wygłosi wykład - odrzekł Einstein. Gdy kierowca skończył wykład i zbierał się do odejścia, zatrzymał go jeden z profesorów obecnych na wykładzie, prosząc o odpowiedź na wielce skomplikowane pytanie, pełne wzorów matematycznych. Kierowca bez namysłu odpowiedział:

- Odpowiedź na to pytanie, profesorze, jest tak prosta, iż nie mogę się nadziwić, że je pan zadał. Aby pana przekonać jak bardzo prosty jest ten problem, zwrócę się do mego kierowcy, aby go rozwiązał.

[Święto Pi 2010]



Nadchodzi wielkimi krokami - jeszcze większe, jeszcze lepsze, jeszcze bardziej oszałamiające, z jeszcze większą ilością wykładów, konkursów, nagród, atrakcji i śpiewających szynszyli.

Dla tych, którzy jakimś cudem przespali ostatnie trzy lata - w 2007 roku po raz pierwszy na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii zorganizowano obchody Święta Liczby Pi. Obchody te przypadają na dzień 14 marca (3.14 w zapisie amerykańskim). W dzień ten na uczelni zaplanowano liczne wykłady, warsztaty i inne atrakcje. Cóż powiedzieć - pomysł 'chwycił', tradycja przyjęła się i w tym roku będziemy już świętować stosunek obwodu okręgu do jego średnicy po raz czwarty.

W tym roku, z powodu 14 marca przypadającego w niedzielę, Święto będzie trwało w dniach od 11 do 13 marca. Godziny przygotowanych referatów i warsztatów liczymy w dziesiątkach, a nagrody do zdobycia w konkursach dla uczniów szkół średnich kuszą biednych studentów do podszycia się pod licealistów. W pomysłach na przyciągnięcie hord zainteresowanych prześcigają się teraz matematycy, fizycy, chemicy i informatycy i jedno jest pewne - nudno nie będzie. Przypominamy więc o tymże Święcie i serdecznie zapraszamy, by przekonać się na własnej skórze, że z matematyką można się bardzo dobrze bawić. Oczywiście, my wszyscy już to wiemy ;)

Wszystkich chętnych do pomocy w organizacji Święta Pi - od pomocy w wieszaniu dekoracji w marcu do prowadzenia warsztatów - zapraszamy do pokoju 524. Na pewno nie odejdziecie z pustymi rękami ;)

Do zobaczenia na Święcie!

Niewinny Rosomak

[Stopka redakcyjna]

Kontakt z redakcją bezpośrednio w pokoju KNM (p.524) lub elektronicznie:
macierzator@knm.katowice.pl www.knm.katowice.pl

luty 2010