[MACIERZATOR51]

Miesięcznik redagowany przez Koło Naukowe Matematyków Uniwersytetu Śląskiego

Cicha noc, święta noc,
Pokój niesie ludziom wszem,
A u żłóbka Matka Święta
Czuwa sama uśmiechnięta
Nad dzieciątka snem,
Nad dzieciątka snem.

Cicha noc, święta noc,
Pastuszkowie od swych trzód
Biegną wielce zadziwieni
Za anielskim głosem pieni
Gdzie się spełnił cud,
Gdzie się spełnił cud.

Cicha noc, święta noc,
Narodzony Boży Syn
Pan Wielkiego majestatu
Niesie dziś całemu światu
Odkupienie win,
Odkupienie win.

Witamy w grudniowym numerze [MACIERZATORa]!

Po wyjątkowo obszernym numerze pięćdziesiątym, jubileuszowym, tym razem proponujemy Państwu numer lżejszy, skromniejszy.

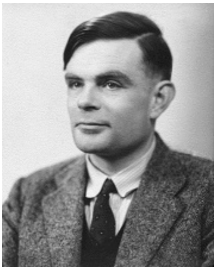
Zbliża się do końca rok 2012, rok obchodów stulecia urodzin Alana Turinga; jego biografią rozpoczynamy najnowsze wydanie [Macierzatora]. Proponujemy również recenzję *Oswajania nieskończoności. Historii matematyki* Iana Stewarta oraz kilka opowieści o matematykach. Przedstawiamy także rozwiązanie zagadki z poprzedniego numeru, która uczestnikom konkursu sprawiła najwięcej trudności.

Spokojnych Świąt życzy
Redakcja [Macierzatora]

[Alan Turing (1912-1954)]

Dawno nie było w [Macierzatorze] biografii; opowiemy w tym numerze o Alanie Turingu. A czas najwyższy, albowiem rok 2012, z okazji stulecia urodzin Turinga, został nazwany jego rokiem, z wieloma wydarzeniami na świecie mającymi na celu upamiętnienie tego wielkiego człowieka.

Alan Turing urodził się 23 czerwca 1912 roku w Londynie, jako syn Juliusa Turinga, potomka szkockiego, arystokratycznego rodu, i Ethel Sary. Alan zaliczał się do tych geniuszy, którzy swój geniusz okazywali już od najmłodszych lat – najlepszy w klasie, rozpoznawany jako geniusz przez nauczycieli i dyrektorów, et caetera, et caetera. W 1935 roku Turing udowodnił znane nam wszystkim centralne twierdzenie graniczne, i dzięki tej pracy został przyjęty jako pracownik naukowy na King's College w Londynie – pomimo faktu, że CTG zostało już udowodnione 13 lat wcześniej przez Lindeberga. Jednak prawdopodobniej najbardziej znaną pracą Turinga jest *On Computable Numbers, with Applications to Entscheidungsproblem* z 1936 roku, w której wprowadził on pojęcie maszyny Turinga. Ogólnie rzecz biorąc, tematyka pracy była podobna do prac Goedla o tym, jak daleko możemy zajść za pomocą „dowodów" i „obliczeń". Maszyny Turinga miały jednak tę zaletę, że były stosunkowo prostymi i łatwymi do intuicyjnego pojęcia tworami myślowymi.



Dziś maszyny Turinga traktuje się jako „pierwszy matematyczny model komputera". Nieco dokładniej, maszyna Turinga to (hipotetyczna) maszyna podlegająca pewnym regułom, która, zgodnie z tymi regułami, drukuje na taśmę pasmo symboli. Bardzo formalnie rzecz biorąc, maszyna Turinga (z jedną taśmą) to siódemka uporządkowana $(Q, \Gamma, b, \Sigma, \delta, q_0, F)$, gdzie Q symbolizuje niepusty zbiór reguł, którym podlega maszyna, Γ to alfabet symboli, b to symbol „pusty" (istotny z pewnych formalnych względów), Σ to dane wejścia naszej maszyny, q_0 to stan początkowy, F to zbiór stanów w których maszyna kończy pracę, zaś δ to funkcja opisująca sposób przechodzenia maszyny z jednego stanu do drugiego. Ufff! Istotnym wynikiem Turinga jest istnienie tzw. *Uniwersalnej maszyny Turinga* – tzn. maszyny, która, w zależności od swych danych wejścia, jest w stanie replikować działanie dowolnej innej maszyny Turinga na dowolnych danych wejścia. Innymi słowy, każdą inną maszynę Turinga możemy traktować jako tę jedną, z odpowiednio dostosowanymi danymi wejścia. Zatem każdy problem postaci „Czy każda maszyna Turinga ma własność P?" można sprowadzić do postaci „Czy ta jedna maszyna Turinga ma własność P?". Używając tej uniwersalnej maszyny (Turing nie był takim megalomanem by w swoich pracach nazwać ją swoim nazwiskiem – ten człon nazwy został dodany dopiero później) Turing dowiódł, że nie jest w ogólności możliwe stwierdzenie, czy dana maszyna Turinga z określonymi danymi wejścia kiedykolwiek zakończy swą pracę. Stąd Turing uzyskał rozwiązanie Entscheidungsproblem (Problemu Decyzji, postawionego przez Hilberta). W tym problemie Hilbert zapytywał, czy istnieje algorytm, który dla dowolnego zdania z logiki pierwszego rzędu zwraca odpowiedź „Tak" lub „Nie", w zależności od tego czy owe zdanie jest uniwersalnie prawdziwe (tj. prawdziwe w naszej logice niezależnie od przyjętego modelu), czy nie. Intuicyjnie można zobaczyć, że maszyny Turinga dostarczają bardzo naturalnych narzędzi do odpowiadania na tego typu pytania – „algorytmy" kojarzą się nam z komputerami et caetera, et caetera. Jednak doceńmy ogrom geniuszu jaki był potrzebny by WYMYŚLIĆ taki abstrakcyjny konstrukt – zwłaszcza w czasach, gdy komputery jakie znamy dzisiaj nie istniały w ogóle. John von Neumann przyznał, że pomysł komputera wziął się właśnie z tej pracy Turinga zresztą. Tuż przed Turingiem Entscheidungsproblem został rozwiązany przez Alonzo Churcha, przy użyciu metod *lambda calculus* – jednak praca Turinga była dużo łatwiejsza w odbiorze i intuicyjnie naturalniejsza.

Turing pracował również jako kryptolog w czasie drugiej wojny światowej, m. in. modernizując pomysł polskiej bomby kryptologicznej. W tym okresie napisał również dwie publikacje z zastosowań matematyki w kryptoanalizie – o ich wadze niech świadczy fakt, że do brytyjskich oficjalnych archiwów zostały oddane dopiero w tym roku z okazji stulecia urodzin Turinga, wcześniej pozostając w ściśle tajnym użytku przez brytyjskie organizacje rządowe.

Co ciekawe, Turing próbował również udowodnić hipotezę Riemanna. Jego pomysł polegał na zaatakowaniu problemu metodą „brute force" poprzez skonstruowanie maszyny, która, stosując pewien algorytm, zliczałaby wszystkie miejsca zerowe funkcji zeta po kolei – oczywiście, gdyby natrafiła na jakiekolwiek nietrywialne zero poza prostą krytyczną, hipoteza Riemanna byłaby obalona. Niestety, nim mógł zbudować ową machinę i puścić ją w ruch, wybuchła druga wojna światowa.

Oczywiście, nie bylibyśmy sobą, gdybyśmy poprzestali na matematycznym obliczu Alana Turinga, nie wspominając o jego innych osobistych cechach. W środowisku kryptoanalityków Turing miał opinię ekscentryka, który wiosną chodził do biura w masce gazowej na głowie, by nie przeszkadzała mu jego alergia na pyłki. Jako zapalony maratończyk, Alan czasem biegał na spotkania w Londynie (z Bletchley – około 64 km). Turing posiadał również rower, w którym notorycznie spadał łańcuch – zamiast jednak oddać go do serwisu, Turing zapamiętał ilość obrotów łańcucha, po której ów zazwyczaj spadał, i po prostu ilekroć gdzieś jechał na rowerze odliczał w myśli obroty łańcucha i tuż przed jego awarią zsiadał z roweru, by poprawić szwankującą część. Turing lubił również grać w tenisa. Gdy jednak zauważył, że wiele z jego piłek lądowało w siatce, doszedł do wniosku że musi wydłużyć okres czasu pomiędzy uderzeniem piłki o rakietę, a jej powrotem na drugą połowę boiska; rozwiązaniem, jakie zaadaptował, było poluzowanie siatki w rakiecie tenisowej. Po tej operacji jego rakieta wyglądała raczej jak siatka na motyle niż przyrząd do tenisa i średnio nadawała się do gry. Alan przyznał potem, że jego modyfikacja nie była najlepsza.

Alan Turing już w wieku 26 lat uważany był za jednego z najwybitniejszych matematyków świata. Trudno przecenić jego wkład w rozwój kryptoanalizy i podstaw informatyki.

Wspomnijmy wielkiego matematyka w stulecie jego urodzin, a gdy w Wigilię zwierzęta przemówią ludzkim głosem, pamiętajmy, że gdyby nie maszyny Turinga, nie istniałby również tzw. problem pracowitego bobra i tego wieczoru na świecie istniałoby jedno mówiące stworzonko mniej.

Niewinny Rosomak

[Rozluźnienie przedświąteczne]

Jako że idą Święta i wszyscy nie możemy się doczekać możliwości przełączenia umysłów w stan niskiego zużycia baterii, jako odredakcyjny prezent proponujemy kilka historii z życia matematycznego. Zostały one zaczerpnięte z książki *Mathematical Apocrypha – Redux* Stevena G. Krantza , którą to polecamy jako luźną matematyczną lekturę przy kominku.

Wszyscy wiemy (a przynajmniej wiedzieć powinniśmy) kim był Alexander Grothendieck. Jego wpływ na matematykę podsumowała dwójka matematyków za czasów swoich studiów w Princeton. Wtedy bowiem Mark Green i Jerry Folland zabawiali się tworzeniem przeróbek piosenek o matematyce, i jedną z ich perełek jest następująca ballada o Alexie Grothendiecku, śpiewana na melodię *Richard Cory* grupy Simon & Garfunkel:

They say that Alex Grothendieck's worth half of this whole town
With integrable connections to spread his wealth around
Born to categories, a child of Bourbaki
He had everything a man could want
Except simplicity
But I, I work on my PhD
And I curse the life I'm living
And I curse my poverty
And I wish that I could be Alex Grothendieck.
The journals print his theorems almost everywhere he goes
And he lectures all around the world about the things he knows
And he's won a Fields Medal
For the deepness of his thought
I'm sure he must be happy, with all the things he's got

But I, I work on my PhD
And I curse the life I'm living
And I curse my poverty
And I wish that I could be Alex Grothendieck.
His secretary Dieudonne, who does the writing up and such,
Is grateful for his patronage and thanks him very much.
So my mind was filled with wonder when in the news I read:
Alex Grothendieck gave up math – and took up politics instead.
But I, I work on my PhD
And I curse the life I'm living
And I curse my poverty
And I wish that I could be Alex Grothendieck.

Do szlachetnej zabawy opowiadania o matematyce w piosenkach i sztukach zachęcamy wszystkich – nadsyłajcie swoje twory do redakcji, najlepsze z chęcią opublikujemy.

Mieliśmy już okazję na łamach Macierzatora opowiedzieć o mniej poważnych zapiskach Donalda Knutha, twórcy m. in. TEXa – mianowicie wspominaliśmy z rozrzewnieniem jego artykuł o złożoności pamięciowej popularnych piosenek. Swą pierwszą publikację w magazynie satyrycznym MAD, która do dziś figuruje w jego naukowym CV, napisał jeszcze jako student. Publikacja miała tytuł *Potrzebie Systems of Weights and Measures* i dotyczyła ona, jak sama nazwa wskazuje, jednostek miary i wagi – a raczej parodiowania przyjętego systemu. Jako fundamentalną jednostkę długości przyjął grubość 26 numeru magazynu MAD, zaś jednostkę mocy nazwał „whatmeworry", co można by przetłumaczyć na „comniemartwi". Nas, Polaków, oczywiście najbardziej interesuje słówko „Potrzebie" pojawiające się w tytule – i rzeczywiście, wydawca magazynu wziął je z polskiego opakowania aspiryny, wiedząc, że w jakiś sposób to słowo koresponduje do angielskiego „need" (gdy artykuł Knutha opowiadał o potrzebie wprowadzenia nowego systemu miar i wag). Można by więc pokusić się o stwierdzenie że to już kolejne pojawienie się stricte polskiej wstawki (po, na przykład, „przestrzeni polskiej") w matematyce lub wokół niej. Powinniśmy być dumni!

A skoro o polskiej matematyce mowa, nie przystoi nie wspomnieć o historii względnie niedawnej, którą być może niektórzy rodzice bądź dziadkowie nawet pamiętają – mimo że historia nie pochodzi z wyżej wymienionej książki. Mianowicie w latach sześćdziesiątych TVP1 transmitowała teleturniej *20 pytań*, w którym drużyna matematyków i dziennikarzy rywalizowała, kto odgadnie dane pojęcie używając nie więcej niż 20 pytań tak/nie. Teleturniej został zdjęty z anteny, gdy drużyna matematyków zaadaptowała na jego potrzeby algorytm przeszukiwania połówkowego i zadawała pytania na zasadzie *Czy hasło występuje w Wielkiej Encyklopedii Powszechnej przed słowem X?*, gdzie w pierwszym pytaniu słówko X było brane ze środka encyklopedii, w drugim – z jednej czwartej lub trzech czwartych (zależnie od tego do której połówki wpadało nasze hasło) et caetera. No cóż, tak to jest, jak do teleturnieju zaprasza się matematyków takiej rangi, jak Aleksander Pełczyński (znany niektórym studentom jako twórca *Pełczyński decomposition method*), Wiesław Szlenk (twórca indeksu Szlenka) i Robert Bartoszyński (odkrywca procesu Bartoszyńskiego).

Niewinny Rosomak

[Oswajanie nieskończoności]

Nie jest łatwo napisać dobrą książkę o historii matematyki. Zadanie to staje się jeszcze trudniejsze, gdy chcieć ją zaadresować do szerokiego grona czytelników, także tych młodszych, coraz rzadziej mających do czynienia z długim, ciągłym tekstem. Sytuacji nie ułatwia ogrom potencjalnego materiału, szczególnie z lat niedawnych (szacuje się, że obecnie każdego tygodnia dokonywanych jest więcej odkryć matematycznych, niż uczynili to Babilończycy przez dwa tysiące lat).

Z wyzwaniem tym zmierzył się w książce *Oswajanie nieskończoności. Historia matematyki* Ian Stewart, o którym opowiadaliśmy więcej w ostatnim numerze [Macierzatora] w kontekście jego *Gabinetów matematycznych zagadek*. Zdaje on sobie oczywiście sprawę z tego, że, jak mówi w przedmowie, „napisanie pełnej, wyczerpującej historii matematyki to zadanie praktycznie niewykonalne". Autor, profesor matematyki, wybiera więc dwadzieścia szeroko pojętych zagadnień, które układa chronologicznie i przedstawia w kolejnych rozdziałach. Rozpoczyna klasycznie – od liczb, od matematycznych inskrypcji na trzydziestotysiącletnich kościach, glinianych tabliczek z Bliskiego Wschodu sprzed dziesięciu tysięcy lat, poprzez sumeryjskie pismo klinowe i babiloński, sześćdziesiątkowy system liczbowy, hieroglify egipskie, by już w pierwszym rozdziale opowiedzieć o zastosowaniach matematyki w systemach GPS. Każdy z dwudziestu rozdziałów składa się zresztą z części historycznej, ale też odwołuje się do osiągnięć najnowszych, z XX, a nawet XXI wieku. Możemy wśród nich znaleźć system kryptograficzny RSA, misję sondy Cassini, pojazdy marsjańskie czy badania DNA. Szczególną uwagę poświęca Ian Stewart wydarzeniom wiążącym się z powszechnie znanymi pojęciami, takimi jak układ kartezjański, całka, Wielkie Twierdzenie Fermata czy mosty królewieckie. Umiejscawia je w czasie, opowiada o genezie i znaczeniu, patrzy na nie z perspektywy osób współczesnych i im, i nam.

Dowiadujemy się także o wydarzeniach mniej znanych – o szesnastowiecznych matematycznych pojedynkach (każdy z uczestników przedstawiał rywalowi zadanie; wygrywał ten, kto rozwiązał ich najwięcej. Publiczność robiła zakłady, a uczestnicy zdobywali całkiem pokaźne nagrody – w pewnym udokumentowanym przypadku przegrany musiał wydać na cześć zwycięzcy i jego znajomych trzydzieści bankietów – oraz sławę i uczniów), o grupie monstrum (największej grupie prostej) oraz o najstaranniej ukrywanej pomyłce Poincarégo (zdobył on niegdyś nagrodę króla Szwecji za pracę rozwiązującą problem stabilności Układu Słonecznego; już po ogłoszeniu wyników i wydrukowaniu artykułu w czasopiśmie wydawanym przez Instytut Mittaga-Lefflera, Poincaré zauważył we własnym rozwiązaniu poważny błąd – dość powiedzieć, że zamiast opisać zjawisko chaosu, „udowodnił”, że... ono nie istnieje. Na koszt Poincarégo wycofano cały nakład i wydrukowano na nowo, już poprawnie; koszt tego był o wiele wyższy nić wartość nagrody... Udało się zdobyć i zniszczyć wszystkie egzemplarze poza jednym, przechowywanym do dziś).

Autorowi udała się trudna sztuka napisania książki, która nie znuży ani matematyka, ani ucznia. Przemyślany dobór treści oraz przebijająca z kart *Oswajania nieskończoności* głęboka wiedza matematyczna Iana Stewarta pozwalają spojrzeć na historię matematyki nie tylko jak na opowieść o matematyce. Istota książki skupiona jest nie na tym, co odkryto, tylko – jak, dlaczego, jakie były tego konsekwencje i jakie są możliwe zastosowania.

Oswajanie nieskończoności czyta się świetnie. Rytmiczna struktura, ciekawy dobór prezentowanych zagadnień oraz doskonale widoczny profesjonalizm autora przy jednoczesnej lekkości pisania składają się na niezwykle przyjemną lekturę. Jej ogromnym atutem jest jednak nie tylko treść, ale i forma. Rozdziały można czytać po kolei, ale nie trzeba; autor zrezygnował również z tekstu ciągłego na rzecz co najwyżej kilkustronicowych fragmentów, okraszonych bogato zdjęciami, notkami biograficznymi czy komentarzami, jednocześnie, co warte podkreślenia, zachowując spójność całej książki. Jest to szczególnie cenne w kontekście coraz większych problemów uczniów z czytaniem dłuższych tekstów: wiele ciekawych książek popularyzujących matematykę nie daje szans uczniom przyzwyczajonym do krótkich notek internetowych. *Oswajanie nieskończoności* świetnie nadaje się też do (nomen omen) oswajania z matematyką.

Mimo że autor we wstępie wyraźnie zwraca uwagę na to, iż, tworząc *Oswajanie nieskończoności*, musiał dokonać radykalnej selekcji materiału, zaryzykowałabym stwierdzenie, iż w swej kategorii jest to książka kompletna. Znajduję w niej wszystko, czego oczekiwałabym od dobrej lektury opowiadającej o matematyce: bogate źródło informacji o jej historii, biografie wybitnych postaci, wiele ciekawostek, ale też – powtarzający się refren: bez matematyki nie da się funkcjonować, a zastosowania znajduje ona w najnowszych zdobyczach naukowych i technologicznych.

Joanna Zwierzyńska

Ian Stewart, *Oswajanie nieskończoności. Historia matematyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2009, ISBN 978-83-7648-265-1.

[Dziwny przypadek psa]

Jest nam bardzo miło, że tak wiele osób zainteresował nasz konkurs z ubiegłego numeru [Macierzatora]. Większość uczestników świetnie radziła sobie z zadaniami; najwięcej trudności spowodował „Dziwny przypadek psa". Przypomnijmy treść tej zagadki: *Zagadka 7 – Dziwny przypadek psa* W opowiadaniu sir Arthura Conan Doyle'a o Sherlocku Holmesie Srebrny płomień znajdziemy następujący dialog:

— Czy chcesz jeszcze na coś zwrócić mi uwagę?
— Na dziwny przypadek psa nocną porą.
— Pies nocą nic nie zrobił.
— To właśnie był ten dziwny przypadek – zauważył Sherlock Holmes.

Weźmy ciąg:

$$1, 2, 4, 7, 8, 11, 14, 16, 17, 19, 22, 26, 28, 29, 41, 44.$$

Pamiętając o uwadze Sherlocka Holmesa, ustal: jaka będzie następna liczba w ciągu? A jak brzmi rozwiązanie? „Następna liczba w ciągu to 46. Uwaga Holmesa oznacza: nie skupiajmy się na tym, co jest, tylko na tym, czego *brakuje*. Brakujące liczby to: 3, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 15, 18, 20, 21, 23, 24, 25, 27, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 43. Są to wielokrotności 3, wielokrotności 5, wszystkie liczby zawierające cyfrę 3 i wszystkie zawierające cyfrę 5. Następną liczbą w ciągu będzie więc 46 (bo 45 jest wielokrotnością 5)." Rozwiązanie nie było łatwe do odgadnięcia – tym bardziej gratulujemy tym, którym się to udało, i tym, którzy byli blisko.

[Stopka redakcyjna]

Redaktor naczelna: Joanna Zwierzyńska
Autorzy artykułów: Mateusz Jurczyński, Joanna Zwierzyńska
Projekt okładki: Beata Łojan
Skład i łamanie w LaTeX: Beata Łojan

Kontakt z redakcją bezpośrednio w pokoju KNM (p.524) lub elektronicznie:

`macierzator@knm.katowice.pl`.

Wszystkie archiwalne numery [Macierzatora] dostępne są również w wydaniu elektronicznym na stronie internetowej KNM UŚ: `www.knm.katowice.pl`.
Wydanie elektroniczne [Macierzatora] posiada numer ISSN: 2083-9774.

grudzień 2012