KONSTRUKCJA TRANSFORMATY GELFANDA. BRZEG SZYŁOWA ALGEBRY FUNKCYJNEJ

TOMASZ KANIA

Transformata Gelfanda na przemiennej algebrze Banacha (albo ogólniej, algebrze spektralnej) to daleko idące uogólnienie pojęcia transformaty Fouriera dla funkcji ciągłych określonych na okręgu jednostkowym. Ogólna idea polega na zastąpieniu rozważanej przemiennej algebry Banacha $\mathscr{A}$ algebrą będącą jej obrazem poprzez pewien szczególny homomorfizm, którego jądrem jest radykał Jacobsona algebry.

Dokładniej, jeżeli $\mathscr{A}$ jest algebrą zespoloną, to jej *spektrum* nazywa zbiór $\Phi_{\mathscr{A}}$ złożony z wszystkich niezerowych homomorfizmów algebry $\mathscr{A} \to \mathbb{C}$; natomiast przekształcenie $\hat{\cdot}\colon \Phi_{\mathscr{A}} \to \mathbb{C}$ dane wzorem

$$\hat{a}(\gamma) = \gamma(a) \quad (\gamma \in \Phi_{\mathscr{A}})$$

nazywa się *transformatą Gelfanda*. *Topologia Gelfanda* to najsłabsza topologia względem której wszystkie odwzorowania $\hat{a}$ są ciągłe. Jeżeli zbiór $\Phi_{\mathscr{A}}$ jest niepusty, to wyposażony w topologię Gelfanda nazywany jest *przestrzenią Gelfanda algebry $\mathscr{A}$*. Omówimy pokrótce przestrzeń Gelfanda przemiennej C*-algebry (twierdzenie Gelfanda–Najmarka) oraz ich domkniętych podalgebr (niekoniecznie zamkniętych na inwolucję). Przyjrzymy się twierdzeniu Gelfanda–Kołmogorowa podającemu związek między uzwarceniem Čecha–Stone'a przestrzeni całkowicie regularnej X a przestrzenią Gelfanda algebry $C^b(X)$ wszystkich ograniczonych funkcji ciągłych na X.

Na koniec wprowadzimy pojęcie *brzegu Szyłowa* przemiennej algebry Banacha i udowodnimy, korzystając z klasycznych faktów analizy zespolonej, że brzeg Szyłowa algebry dyskowej, tj. algebry wszystkich funkcji ciągłych na domkniętym kole jednoskowym, które są analityczne w jego wnętrzu pokrywa się (modulo transformata Gelfanda) z okręgiem jednostkowym.

Literatura

1. E. Kaniuth, *A Course in Commutative Banach Algebras.* Graduate Texts in Mathematics Volume 246, Springer, 2009.
2. H.G. Dales, *Banach algebras and automatic continuity*, Clarendon Press, Oxford, 2000.
3. T.W. Palmer, *Banach algebras and the general theory of *-algebras I*, Encycl. Math. Appl., 49, Cambridge Univ. Press, 1994.

Department of Mathematics and Statistics, Fylde College, Lancaster University, Lancaster LA1 4YF, United Kingdom

E-mail address: t.kania@lancaster.ac.uk